

Taller 16: ejercicios sobre Derivación Implícita

- Derivación implícita básica:** Use derivación implícita para encontrar $\frac{dy}{dx}$ en las siguientes ecuaciones:
 - $x^2 + y^2 = 25$ (circunferencia)
 - $x^3 + y^3 = 6xy$ (folium de Descartes)
 - $x^2 - xy + y^2 = 3$
 - $x^4 + y^4 = 16$
- Derivación implícita con funciones trigonométricas:** Use derivación implícita para encontrar $\frac{dy}{dx}$ en las siguientes ecuaciones:
 - $\sin(x + y) = y^2 \cos(x)$
 - $x \sin(y) + y \cos(x) = 1$
 - $\tan(x - y) = x$
 - $\cos(xy) = x + y$
- Rectas tangentes y normales:** Para la curva definida por $x^2 + xy + y^2 = 7$:
 - Encuentre $\frac{dy}{dx}$ usando derivación implícita
 - Encuentre la ecuación de la recta tangente en el punto $(2, 1)$
 - Grafique la curva y las rectas en el mismo sistema de coordenadas
- Aplicación en geometría:** La ecuación $x^2 + y^2 = r^2$ define un círculo de radio r .
 - Use derivación implícita para encontrar $\frac{dy}{dx}$
 - Encuentre la ecuación de la recta tangente en un punto (x_0, y_0) del círculo
 - Demuestre que la recta tangente es perpendicular al radio en el punto de tangencia
 - ¿Cómo se generalizaría este resultado para una elipse?
- Aplicación en física:** La ley de Boyle establece que para una cantidad fija de gas a temperatura constante, $PV = k$, donde P es la presión, V es el volumen y k es una constante.

- (a) Use derivación implícita para encontrar $\frac{dP}{dV}$
- (b) Interprete el resultado físicamente
- (c) ¿Cómo cambia la presión cuando el volumen aumenta?
- (d) ¿Por qué es importante el signo negativo en la derivada?

6. **Lemniscata de Bernoulli:** La lemniscata está definida por la ecuación $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$.

- (a) Use derivación implícita para encontrar $\frac{dy}{dx}$
- (b) Encuentre la ecuación de la recta tangente en el punto $(a, 0)$
- (c) ¿Por qué no se puede encontrar la recta tangente en el origen $(0, 0)$?
- (d) Grafique la lemniscata y las rectas tangentes en los puntos encontrados