

Taller 3: Ejercicios sobre Tipos de Funciones

1. **Funciones lineales:** Dada la función $f(x) = 3x - 2$:
 - (a) Determine la pendiente e intersección con el eje y
 - (b) Grafique la función
 - (c) Encuentre la ecuación de la recta perpendicular que pasa por el punto $(2, 4)$
 - (d) Determine el área del triángulo formado por la función y los ejes coordenados
2. **Identificación de funciones:** Para cada una de las siguientes funciones, identifique su tipo (lineal, polinómica, exponencial, logarítmica, trigonométrica, racional):
 - (a) $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + x - 7$
 - (b) $g(x) = 2^{x+1}$
 - (c) $h(x) = \log_3(x - 2)$
 - (d) $k(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 4}$
 - (e) $m(x) = \sin(2x) + \cos(x)$
 - (f) $n(x) = \tan^{-1}(x)$
3. **Transformaciones de funciones:** Para la función $f(x) = x^2$, grafique y escriba la ecuación de:
 - (a) La función reflejada respecto al eje x
 - (b) La función desplazada 3 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia arriba
 - (c) La función comprimida verticalmente por un factor de $\frac{1}{2}$ y estirada horizontalmente por un factor de 2
 - (d) La función reflejada respecto al eje y y desplazada 1 unidad hacia abajo
4. **Funciones exponenciales:** La población de bacterias en un cultivo sigue el modelo $P(t) = 500e^{0.2t}$, donde t es el tiempo en horas.
 - (a) ¿Cuál es la población inicial?
 - (b) ¿Cuál es la población después de 5 horas?

- (c) ¿Cuánto tiempo tarda en duplicarse la población?
- (d) Determine la tasa de crecimiento relativo

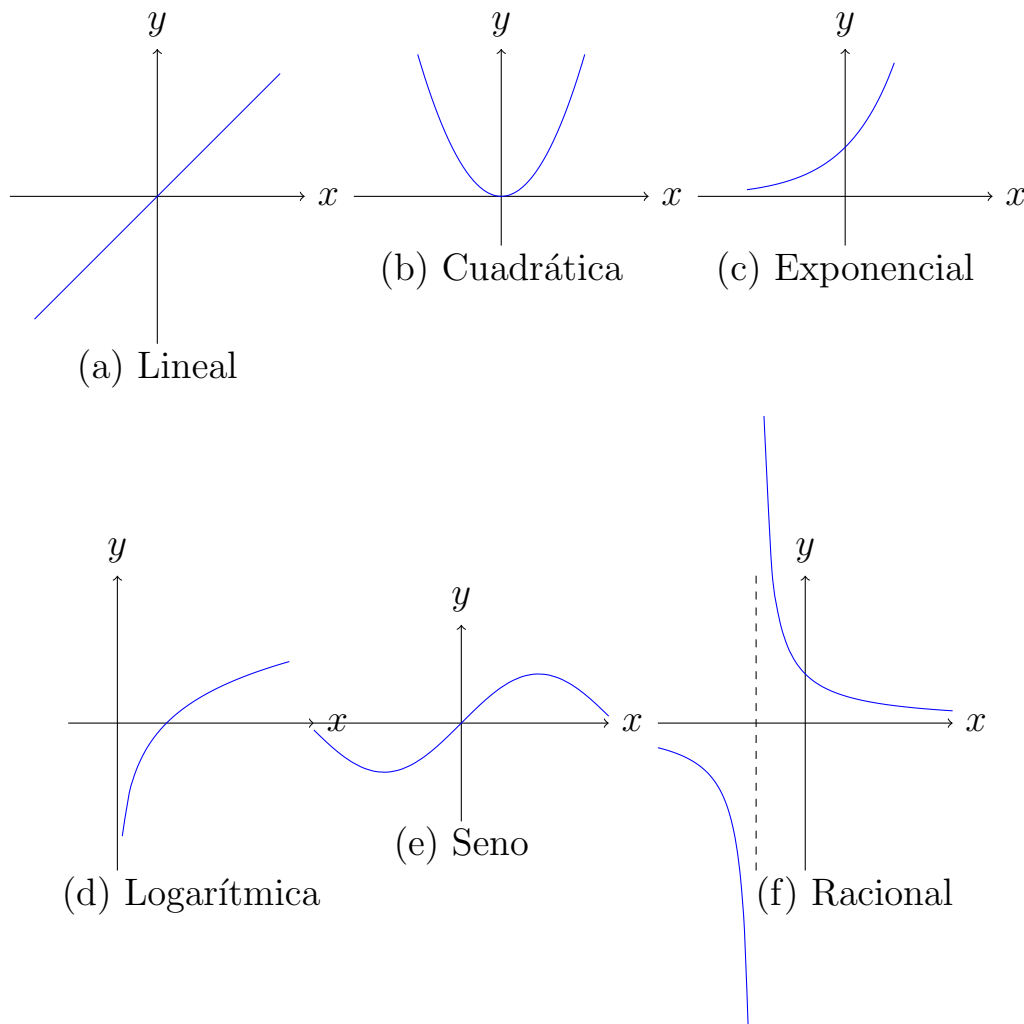
5. **Funciones logarítmicas:** Para la función $f(x) = \log_2(x + 3) - 1$:

- (a) Determine el dominio y rango
- (b) Encuentre las asíntotas verticales
- (c) Grafique la función
- (d) Resuelva la ecuación $f(x) = 2$

6. **Funciones trigonométricas:** Para la función $f(x) = 2 \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) + 1$:

- (a) Determine la amplitud, periodo, desplazamiento de fase y desplazamiento vertical
- (b) Grafique un periodo completo de la función
- (c) Encuentre todos los ceros de la función en el intervalo $[0, 2\pi]$
- (d) Determine el valor máximo y mínimo de la función

7. **Análisis gráfico:** Las siguientes gráficas muestran diferentes tipos de funciones:



- (a) Identifique el tipo de función que representa cada gráfica
- (b) Para cada función, escriba una ecuación posible
- (c) Describa las características principales de cada tipo de función

8. **Funciones racionales:** Para la función $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9}$:

- (a) Determine el dominio
- (b) Encuentre las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas
- (c) Determine los ceros de la función
- (d) Grafique la función

9. **Modelado con funciones:** La temperatura T (en grados Celsius) de un objeto que se enfría sigue la ley de Newton del enfriamiento: $T(t) = T_s + (T_0 - T_s)e^{-kt}$, donde T_s es la temperatura del entorno, T_0 es la temperatura inicial y k es una constante positiva.

- (a) Si un objeto con temperatura inicial de 90°C se coloca en un entorno de 20°C y después de 10 minutos su temperatura es 60°C , determine el valor de k
- (b) ¿Cuánto tiempo tardará el objeto en alcanzar 30°C ?
- (c) Grafique la función para $t \geq 0$
- (d) ¿Cuál es la temperatura límite a medida que $t \rightarrow \infty$?

10. **Funciones definidas por partes:** Considere la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 2x + 1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \log_2(x) & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- (a) Grafique la función
- (b) Determine el dominio y rango
- (c) Evalúe $f(-1)$, $f(1)$ y $f(4)$

11. **Análisis de datos:** La siguiente tabla muestra la población mundial (en miles de millones) desde 1950 hasta 2020:

Año	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
Población	2.56	3.04	3.71	4.45	5.28	6.12	6.93	7.79

- (a) Grafique los datos con $t = 0$ correspondiente a 1950
- (b) Ajuste una función exponencial a los datos
- (c) Use el modelo para predecir la población en 2050

(d) ¿Qué limitaciones tiene este modelo a largo plazo?

12. **Funciones racionales avanzadas:** Para la función $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$:

- (a) Simplifique la función
- (b) Determine el dominio
- (c) Encuentre todas las asíntotas
- (d) Grafique la función

13. **Problema de aplicación:** Un tanque cilíndrico de 5 metros de radio y 10 metros de altura se está llenando con agua a una tasa constante de $2 \text{ m}^3/\text{min}$.

- (a) Encuentre una función $h(V)$ que represente la altura del agua en el tanque en términos del volumen V
- (b) Determine el dominio y rango de $h(V)$
- (c) Encuentre una función $h(t)$ que represente la altura del agua en el tanque en términos del tiempo t
- (d) ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse el tanque?
- (e) Grafique $h(t)$ para $0 \leq t \leq t_{\text{final}}$